

114 學年度四技二專第二次聯合模擬考試

共同科目 數學(C)卷 詳解

數學(C)卷

114-2-C

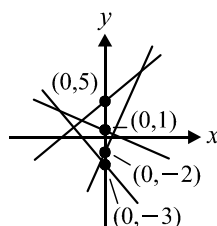
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	B	C	D	A	C	A	D	B	B	D	C	D	A	A	C	C	B	C	D	D	C	A	B

- 已知 $180^\circ = \pi$ 弧度 $\Rightarrow 1^\circ = \frac{\pi}{180}$ 弧度
 $\Rightarrow 57^\circ = 57 \times \frac{\pi}{180} = \frac{19\pi}{60}$ 弧度，故選(B)
- $\because \sin 2025^\circ = \sin(2160^\circ - 135^\circ) = \sin(-135^\circ) < 0$
 且 $\cos 114^\circ < 0$
 $\therefore \sin 2025^\circ \cos 114^\circ > 0$ ，又 $\csc 114^\circ > 0$
 且 $\tan 2025^\circ = \tan(2160^\circ - 135^\circ) = \tan(-135^\circ) > 0$
 $\therefore \csc 114^\circ \tan 2025^\circ > 0$
 可知 $P(x, y)$ 為 $(+, +)$ 在第一象限，故選(A)
- 由圖(一)可知：拋物線與 x 軸沒有交點，則判別式 < 0
 (A) $b^2 - 4ac = 0 - 4 \times (-1) \times 0 = 0$ ，不合
 (B) $b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times (-1) \times (-3) = -8 < 0$ ，合
 (C) $b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times (-1) \times 1 = 5 > 0$ ，不合
 (D) $b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 5 > 0$ ，不合
 故選(B)
- 原式同乘 $(x^2 + 1)(x - 2)$
 得 $4x^2 - 1 = A(x^2 + 1) + (Bx + C)(x - 2)$
 ①以 $x = 2$ 代入得 $15 = 5A \Rightarrow A = 3$
 ②以 $x = 0$ 代入得 $-1 = A - 2C \Rightarrow C = 2$
 ③以 $x = 1$ 代入得 $3 = 2A - B - C \Rightarrow B = 1$
 可知 $A + 2B - C = 3$ ，故選(C)
- 令 $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$ ，所以 $f(-1) = (-1)^3 - k + 2 = 0$
 $\Rightarrow k = 1$
 利用長除法 $\Rightarrow f(x) = x^3 + x + 2 = (x + 1)(x^2 - x + 2)$

$$\begin{array}{r} 1 \quad -1 \quad +2 \\ 1 \quad +1 \overline{) 1 \quad +0 \quad +1 \quad +2} \\ \underline{1 \quad 1} \\ -1 \quad +1 \\ \underline{-1 \quad -1} \\ 2 \quad +2 \\ \underline{2 \quad +2} \\ 0 \end{array}$$

 故選(D)
- 由除法原理可知：
 $f(x) = (2x - 4)(x^2 + x + 1) + R = (x - 2)(2x^2 + 2x + 2) + R$
 故選(A)
- 由方程式可知直線 $y = ax + 1$ 斜率為 a 過 $(0, 1)$ ，直線 $y = bx + 5$ 斜率為 b 過 $(0, 5)$ ，直線 $y = cx - 2$ 斜率為 c 過 $(0, -2)$ ，直線 $y = dx - 3$ 斜率為 d 過 $(0, -3)$ 如下圖

所示，所以過 $(0, -2)$ 的直線斜率 c 最大，故選(C)



- $\because f(x)$ 為一次函數 \therefore 設 $f(x) = mx + b$
 則 $m = \frac{f(2025) - f(2024)}{2025 - 2024} = \frac{2}{1} = 2$
 又 $\frac{f(113) - f(115)}{113 - 115} = \frac{f(113) - f(115)}{-2} = 2$
 $\Rightarrow f(113) - f(115) = -4$ ，故選(A)
 [另解]
 $\because f(x)$ 為一次函數 \therefore 設 $f(x) = ax + b$
 又 $f(2025) - f(2024) = 2 \Rightarrow a = 2$ ，所以 $f(x) = 2x + b$
 $f(113) - f(115) = 2 \times 113 + b - 2 \times 115 - b = -4$ ，故選(A)
- 設可支援道路救援的坐標為 x ，則 $|x - 3| \leq 2|3 - 6|$
 $\Rightarrow |x - 3| \leq 6 \Rightarrow -6 \leq x - 3 \leq 6 \Rightarrow -3 \leq x \leq 9$ ，所以可支援道路救援的路徑長為 $9 - (-3) = 12$ ，故選(D)
- 由餘式定理可知： $f(x)$ 除以 $x + 1$ 的餘式為 $f(-1)$ ，又
 $f(-1) = f(-2 + 1) = (-2)^3 - (-2) + 4 = -2$
 故選(B)
- $S_n = \frac{1(2^n - 1)}{2 - 1} = 2^n - 1 \geq 2025 \Rightarrow 2^n \geq 2026 \Rightarrow n \geq 11$
 故選(B)
- | | 人數 | 獎金 | 人數 \times 獎金 |
|-------|----|---------|----------------|
| 第一輪淘汰 | 32 | 5000 元 | 16 萬 |
| 第二輪淘汰 | 16 | 10000 元 | 16 萬 |
| 第三輪淘汰 | 8 | 15000 元 | 12 萬 |
| 第四輪淘汰 | 4 | 20000 元 | 8 萬 |
| 第五輪淘汰 | 2 | 25000 元 | 5 萬 |
| 第六輪淘汰 | 1 | 30000 元 | 3 萬 |
| 冠軍 | 1 | 100 萬元 | 100 萬 |

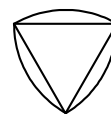
所以總獎金為 $16 + 16 + 12 + 8 + 5 + 3 + 100 = 160$

故選(D)

- 所求的面積 = 1 個正三角形面積 + 3 個弓形面積

而弓形面積 = 扇形面積 - 正三角形面積

$$= \frac{1}{2} \times 2^2 \times \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 = \frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}$$



$$\text{所求的面積} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 + 3\left(\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}\right) = 2\pi - 2\sqrt{3}$$

故選(C)

[另解]

所求的面積 = 3 個扇形面積 - 2 個正三角形面積

$$= 3 \times \left(\frac{1}{2} \times 2^2 \times \frac{\pi}{3}\right) - 2 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2\right) = 2\pi - 2\sqrt{3}$$

故選(C)

14. 二次函數圖形與 x 軸交於 A 、 B 兩點，令 $y = 0$

$$\text{解 } x^2 + 4x - 12 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+6) = 0$$

$\Rightarrow x = 2$ 或 $x = -6$ ，不失一般性，可令 $A(2, 0)$ 、 $B(-6, 0)$

以 $A(2, 0)$ 、 $B(-6, 0)$ 為直徑之兩端點的圓方程式為

$$(x-2)(x+6) + (y-0)(y-0) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 4x - 12 = 0 \Rightarrow d = 4, e = 0, f = -12$$

$$\Rightarrow d + e + f = -8$$

故選(D)

15. 由題意可知：

$$\begin{cases} \sin^2 \theta - \cos^2 \theta = \frac{1}{4} \\ \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{兩式相加可得 } 2\sin^2 \theta = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{5}{8} \Rightarrow \sin \theta = \pm \frac{\sqrt{10}}{4} \text{ (取 } -, \text{ 因 } \theta \text{ 為第四象限角)}$$

，故選(A)

16. 由題意可知： $\overline{BC} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$

$$\text{又 } \frac{\overline{CD}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{5}{13} \Rightarrow \overline{CD} = 12 \times \frac{5}{13+5} = \frac{10}{3}$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{\frac{10}{3}}{5} = \frac{2}{3}$$

故選(A)

17. 令另一根為 β ，則兩根之積 $(3+i)\beta = 5-5i$

$$\Rightarrow \beta = \frac{5-5i}{3+i} = 1-2i$$

所以兩根之和 $-a = (1-2i) + (3+i) = 4-i$

$$\Rightarrow a = -4+i$$

故選(C)

[另解]

$3+i$ 為 $x^2 + ax + 5-5i = 0$ 之一根

$$\Rightarrow (3+i)^2 + a(3+i) + 5-5i = 0 \Rightarrow a(3+i) + 13+i = 0$$

$$\Rightarrow a = \frac{-13-i}{3+i} = -4+i$$

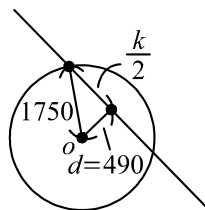
故選(C)

18. 由題意可知：圓心 $(0, 0)$ ，半徑為 1750，設橋長為 k ，

圓心到直線 $3x + 4y = 2450$ 的距離為

$$\frac{|3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 - 2450|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 490$$

$$\text{所以 } 1750^2 = 490^2 + \left(\frac{k}{2}\right)^2 \Rightarrow k = 3360, \text{ 故選(C)}$$



$$19. \vec{a} - \vec{c} = (-1, 1-p), \quad 2\vec{b} + \vec{c} = (-3, 4+p)$$

$$\therefore (\vec{a} - \vec{c}) \cdot (2\vec{b} + \vec{c})$$

$$= (-1, 1-p) \cdot (-3, 4+p) = 3 + (1-p)(4+p) = 9$$

$$\Rightarrow -p^2 - 3p + 7 = 9 \Rightarrow p^2 + 3p + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (p+1)(p+2) = 0, \quad p = -1 \text{ 或 } p = -2$$

所求總和為 $-1 + (-2) = -3$ ，故選(B)

20. 設公比為 r ，則

$$a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{2n-1} = 182$$

$$\Rightarrow 2 + 2r^2 + 2r^4 + \dots + 2r^{2n-2} = 182 \dots \text{①}$$

$$a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{2n} = 546$$

$$\Rightarrow 2r + 2r^3 + 2r^5 + \dots + 2r^{2n-1} = 546 \dots \text{②}$$

$$\frac{\text{②}}{\text{①}} \Rightarrow \frac{2r + 2r^3 + 2r^5 + \dots + 2r^{2n-1}}{2 + 2r^2 + 2r^4 + \dots + 2r^{2n-2}} = \frac{546}{182}$$

$$\Rightarrow \frac{r(2 + 2r^2 + 2r^4 + \dots + 2r^{2n-2})}{2 + 2r^2 + 2r^4 + \dots + 2r^{2n-2}} = 3$$

$$\Rightarrow r = 3, \text{ 故選(C)}$$

[另解]

$$a_1 + a_3 + \dots + a_{2n-1} = 182 \dots \text{①}$$

$$\text{將①式兩邊同乘 } r \Rightarrow r(a_1 + a_3 + \dots + a_{2n-1}) = 182r$$

$$\Rightarrow a_2 + a_4 + \dots + a_{2n} = 182r$$

$$\text{又 } a_2 + a_4 + \dots + a_{2n} = 546$$

$$\text{則 } 182r = 546 \Rightarrow r = 3, \text{ 故選(C)}$$

21. $(m, n) = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$

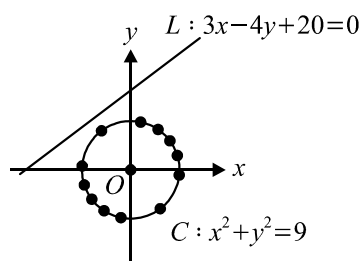
$$= \left(\frac{37}{114} - \frac{-1}{114}, \frac{-1}{2025} - \frac{4}{2025}\right) = \left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{405}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{1}{405}} = -135, \text{ 故選(D)}$$

22. 已知圓心 $(0, 0)$ ，半徑為 3

$$\text{圓心到直線距離 } d = \frac{|0+0+20|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 4, \text{ 所以圓上點到}$$

直線最遠距離為 $4+3=7$ ，最近距離為 $4-3=1$ ，則距離為 1 有 1 個點，距離為 7 有 1 個點，距離為 2、3、4、5、6 各有 2 個點，共有 12 個，故選(D)



23. $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2} = 2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 4$ ，利用科西不等式可

$$\text{得 } (x^2 + y^2) \cdot (3^2 + 4^2) \geq (3x + 4y)^2$$

$$\Rightarrow 4 \times 25 \geq (3x + 4y)^2 \Rightarrow -10 \leq 3x + 4y \leq 10$$

所以 $3x + 4y$ 的最大值為 10，故選(C)

24. 依題意：設開始訓練的第一天的距離為 $a_1 = 5000$ (公尺)

公差 $d = 800$ (公尺)，訓練第 n 天的距離為 a_n 時達標

$$\text{即 } a_n = 5000 + (n-1) \times 800 = 800n + 4200 \geq 42195$$

$$\Rightarrow n \geq 47.49, \text{ 所以取 } n = 48$$

又 $48 \div 5 = 9 \dots 3$ ，故經過 9 個星期又 3 天

$$\text{而 } 9 \times 7 + 3 = 66, 66 - 18(7 \text{ 月}) - 31(8 \text{ 月}) = 17$$

所以最快達標的日期為 9 月 17 日

$$\text{得 } m + n = 9 + 17 = 26, \text{ 故選(A)}$$

25. 依題意可知：

∵ 工廠與兩河流等距

∴ 工廠坐標會在 $x = 0$ 與 $3x + 4y = 48$ 的角平分線上

$$\text{則 } \frac{|3x + 4y - 48|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = |x|$$

得： $2x + y - 12 = 0$ 、 $x - 2y + 24 = 0$ ，由圖可知其角平分線斜率應為負值，故取 $2x + y - 12 = 0$

又工廠與兩倉庫等距，會在 $A(6, 1)$ 、 $B(2, 5)$ 的中垂

線上， \overline{AB} 中點 M 為 $(4, 3)$ ，斜率為 $m_{AB} = \frac{5-1}{2-6} = -1$ ，

所以中垂線的斜率為 1

$$\Rightarrow \text{中垂線方程式為 } y - 3 = 1 \times (x - 4) \Rightarrow x - y = 1$$

則工廠的坐標為兩直線 $2x + y - 12 = 0$ 與 $x - y = 1$ 之

交點，解得 $x = \frac{13}{3}$ 、 $y = \frac{10}{3} \Rightarrow x + y = \frac{23}{3}$ ，故選(B)

